L@byrint fyziky 2007/2008
Řešení 2. kola kategorie S

(pro střední školy a vyšší ročníky víceletých gymnázií)

☞ http://isouteze.upol.cz/fyzika ☜

Úloha 1 (sudoku) Hru *Sudoku* jsme řešili již v předcházejícím kole, zkusme ji nyní trošku jinak, v tradiční podobě.

a) Vyřešte sudoku na obr. 1a) tak, aby každá z číslic 1–9 byla v každém řádku, sloupci i malém čtverci vždy jen jednou. Chcete-li, můžete si obrázek sudoku stáhnout zvlášť ze stránek L@byrintu. **☞ 5 bodů**

			7					3
1		2		3		4	6	7
6	7		8				9	
	6				2			8
	1		5		9		2	
4			6				7	
	3				7		1	6
2	9	1		8		7		5
7					3			

(a)

(b)

Obr. 1: K úloze 1

b) Číslice v barevně označených políčkách podle klíče

1=A, 2=E, 3=C, 4=H, 5=M, 6=N, 7=R, 8=S, 9=T

skrývají (v pořadí po řádcích od shora dolů) jméno a příjmení rakouského fyzika a filozofa, od jehož narození uplyne 18. 2. 170 let. Napovídáme Vám také jeho portrétem na obr. 1b). Napište jeho jméno! **☞ 2 body**

c) Náš známý neznámý studoval na gymnáziu v Kroměříži a v letech 1879–1880 byl rektorem pražské Karlo-Ferdinandovy univerzity. Ve které moravské obci se narodil? **☞ 1 bod**

Řešení:

Při řešení jste nezaváhali, takže pouze pro úplnost:

a) Vyřešené sudoku je na obr. 2.

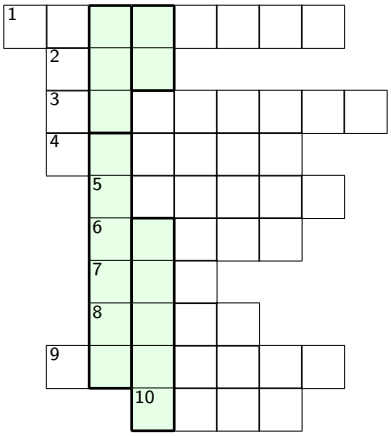
b) Hledaným neznámým je teoretický fyzik a filozof *Ernst Mach* (18. února 1838 – 19. února,1916).

c) Narodil se v *Chrlicích u Brna*, kde je na bývalém zámku umístěna i pamětní deska.

5	4	9	7	6	1	2	8	3
1	8	2	9	3	5	4	6	7
6	7	3	8	2	4	5	9	1
9	6	7	3	4	2	1	5	8
3	1	8	5	7	9	6	2	4
4	2	5	6	1	8	3	7	9
8	3	4	2	5	7	9	1	6
2	9	1	4	8	6	7	3	5
7	5	6	1	9	3	8	4	2

Obr. 2: K řešení úlohy 1 – sudoku

Úloha 2 (křížovka)



1 veličina charakterizující schopnost kondenzátorů pojmout elektrický náboj
2 voda v pevném skupenství vhodná někdy k bruslení
3 příjmení laureáta Nobelovy ceny za fyziku pro rok 2007 narozeného v Plzni
4 záporná elektroda
5 naše nejbližší hvězda a zároveň uctivé označení našich nadřízených
6 příjmení předsedy Akademie věd ČR
7 zkratka Evropské kosmické agentury, jakéhosi protějšku i partnera americké NASA
8 kapalný prvek s velkou hustotou užívaný v teploměrech a v některých přístrojích na měření tlaku vzduchu či krve
9 slavný anglický fyzik a objevitel elektromagnetické indukce
10 předpona vyjadřující 10^{-18}

a) Vyluštěte tajenku křížovky ve dvou sloupcích od shora dolů. ☞ **5 bodů**

b) Pokud Vám tajenka nepřipadá na první pohled srozumitelná, nezoufejte! Jde o známé latinské úsloví citované zdaleka nejen v souvislosti s astronomií. Pomocí vyhledávače (testovali jsme Google) určitě snadno zjistíte, jak tento výrok překládáme do češtiny, a budete nám to moci napsat. ☞ **2 body**

K	A	P	A	C	I	T	A	
	L	E	D					
G	R	Ü	N	B	E	R	G	
K	A	T	O	D	A			
	S	L	U	N	C	E		
	P	A	Č	E	S			
	E	S	A					
	R	T	U	Ť				
F	A	R	A	D	A	Y		
		A	T	T	O			

Řešení:

a) Řešení křížovky vidíme ve vedlejším sloupci, tajenkou je úsloví „*p*er aspera ad astra“.

b) Ani latina Vás nezaskočila, úsloví skutečně překládáme ve smyslu „přes překážky (obtíže) ke hvězdám“. I pochopení fyziky nemusí být vždy úplně snadnou záležitostí. Věříme, že řešitelé L@byrintu již dávno vědí, že vynaložená námaha určitě stojí za to!

Úloha 3 Ani v letošní zimě si – alespoň na Hané – sněhu moc neužijeme, věnujme mu proto alespoň jednu úlohu. Údaje k ní jsme získali z portálu Povodí Moravy `http://www.pmo.cz/` ke dni 4. února 2008. Všechny se týkají měřicí stanice v Moravičanech poblíž Mohelnice, která uzavírá vodohospodářskou oblast Horní Morava s rozlohou $1\,559\,\mathrm{km}^2$.

a) Podle tiskové zprávy z uvedeného dne odpovídaly zásoby sněhu v povodí objemu $25{\cdot}10^6\,\mathrm{m}^3$ vody. Jakému objemu sněhu v oblasti to odpovídá? Jaká je odhadem jeho hmotnost při průměrné hustotě sněhu $400\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$?
☞ **1. ročník 4 bodů, 2. ročník 3 bodů, 3. a 4. ročník 2 body**

b) Jaké teplo je potřeba k tomu, aby všechen tento sníh roztál? Měrné skupenské teplo tání vody $l_\mathrm{t} = 334\,\mathrm{kJ{\cdot}kg^{-1}}$ a předpokládáme, že teplota sněhu je 0°C?
☞ **1. ročník 3 body, 2. ročník 2 body, 3. a 4. ročník 1 bod**

c) V uvedený den byl naměřen průtok vody $18{,}46\,\mathrm{m^3{\cdot}s^{-1}}$. Pokud by se průtok nezměnil, za jak dlouho by odtekla voda vzniklá roztáním sněhu v povodí? Uveďte důležité faktory, které při zadaných jednoduchých výpočtech zanedbáváme a ve skutečnosti mají na průtok vody z tajícího sněhu velký vliv!
☞ **1. ročník 4 body, 2. ročník 3 body, 3. a 4. ročník 2 body**

Řešení:

a) Podle vztahu

$$m = \varrho_\mathrm{v} V_\mathrm{v} = 1\,000\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}{\cdot}25{\cdot}10^6\,\mathrm{m}^3 \approx 2{,}5{\cdot}10^{10}\,\mathrm{kg}.$$

získáme hmotnost vody o zadaném objemu, která zároveň odpovídá i hmotnosti sněhu. Jeho objem zjistíme pak už snadno

$$V = \frac{m}{\varrho} = \frac{2{,}5{\cdot}10^{10}\,\mathrm{kg}}{400\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}} \approx 62{,}5{\cdot}10^6\,\mathrm{m}^3.$$

Označíme-li plochu povodí $S = 1\,559\,\mathrm{km}^2 = 1{,}559{\cdot}10^9\,\mathrm{m}^2$, potom pro průměrnou výšku sněhové pokrývky vychází

$$h = \frac{V}{S} = \frac{62{,}5{\cdot}10^6\,\mathrm{m}^3}{1{,}559{\cdot}10^9\,\mathrm{m}^2} \approx 4\,\mathrm{cm}.$$

Dodejme, že tato hodnota je průměrem, jež pro dané období zahrnuje na sníh bohaté hřebenové oblasti v okolí Pradědu až po nížinu bez sněhové pokrývky v okolí Mohelnice a Moravičan.

b) Pomineme-li skutečnost, že sníh nebude mít v celém povodí stejnou teplotu, podle zadání vyjde teplo potřebné k roztání sněhu

$$Q_\mathrm{t} = m{\cdot}l_\mathrm{t} = \varrho V l_\mathrm{t} = 1\,000\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}{\cdot}25{\cdot}10^6\,\mathrm{m}^3{\cdot}334\,\mathrm{kJ{\cdot}kg^{-1}} \approx 8{,}35{\cdot}10^{15}\,\mathrm{J}.$$

c) Pro daný průtok $Q_\mathrm{m} = 18{,}46\,\mathrm{m^3{\cdot}s^{-1}}$ vypočteme čas t, za který odteče zadané množství vody podle vztahu

$$t = \frac{V_\mathrm{v}}{Q_\mathrm{m}} = \frac{25{\cdot}10^6\,\mathrm{m}^3}{18{,}46\,\mathrm{m^3{\cdot}s^{-1}}} \approx 1{,}3543{\cdot}10^6\,\mathrm{s} \approx 376\,\mathrm{h} = 15{,}7\,\mathrm{dní}.$$

Průtok samozřejmě není stálý. Dalšími faktory ovlivňující tání sněhu jsou teplota, další srážky (ať již sněhové nebo dešťové). Je třeba také připomenout, že zdaleka ne všechna voda v řece pochází z roztátého sněhu.

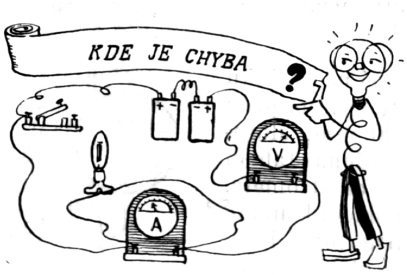
Úloha 4 Na obr. 3a vidíte obvod se dvěma bateriemi, spínačem, ampérmetrem, voltmetrem a žárovkou. Nebude však fungovat, jak by měl – jaké chyby v zapojení najdete? ☞ **1. ročník 6 bodů, 2. ročník 5 bodů, 3. a 4. ročník 4 body**

Řešení:

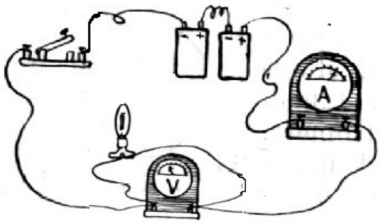
Ani v této úloze jste nezaváhali. Chyby v zapojení jsou:

1. Ampérmetr je zapojen paralelně a voltmetr sériově s žárovkou, má tomu být právě naopak.
2. Při sériovém zapojení baterií je nutné spojit kladný pól jednoho článku se záporným pólem druhého.
3. Přívody od baterie i lampy jsou připojeny jedné svorce spínače takže by jako spínač nemohl fungovat.

Jana Zajíčková si dala práci a překreslila schéma správně – výsledek je na obr. 3b. Úloha je převzata z [1].



(a) K zadání úlohy 4



© Jana Zajíčková
(b) K řešení úlohy 4 – správné zapojení

Obr. 3: K úloze 4

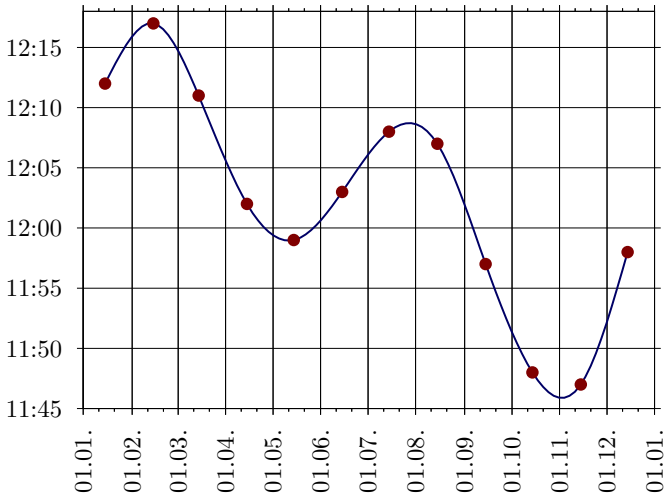
Úloha 5 V minulém kole byla předposlení „Trachtova“ úloha zasvěcena sluníčku. U jeho zdánlivého pohybu po obloze ještě zůstaňme. Pomocí internetových stránek pražské Štefánikovy hvězdárny

`http://www.observatory.cz/info/index.php?page=Obloha%20dnes/index.html`

zjistěte, jak se průchod Slunce místním poledníkem (tj. čas. kdy je nad obzorem nejvýše) v našich zeměpisných šířkách a délkách liší od občanského poledne, tj. 12.00 h vždy 15. den v měsíci během letošního roku, tj. 15. 1., 15. 2.,. . . , 15. 12. 2008 a tyto rozdíly vyneste do grafu (údaje na uvedených stránkách jsou udávány pro Prahu). Vysvětlete, co je příčinou toho, že Slunce „nedodržuje“ poledne a co způsobuje, že se tento rozdíl během roku mění. **☞ 5 bodů**

Řešení:
Údaje získané z doporučené stránky i graf proložený těmito hodnotami vidíme na obr. 4 (použita je aproximace pomocí tzv. kubických splajnů, tj. polynomů 3. řádů tvaru $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$; není samozřejmě chybou, pokud jste hodnoty pouze spojili úsečkami). Doba, která uplyne mezi dvěma následujícími průchody Slunce místním poledníkem (kulminacemi)

Datum	Čas poledne
15.1. 2008	12:12
15.2. 2008	12:17
15.3. 2008	12:11
15.4. 2008	12:02
15.5. 2008	11:59
15.6. 2008	12:03
15.7. 2008	12:08
15.8. 2008	12:07
15.9. 2008	11:57
15.10. 2008	11:48
15.11. 2008	11:47
15.12. 2008	11:58



Obr. 4: Tabulka a grafické znázornění hodnot

určuje *pravý sluneční den*. Zdánlivý pohyb Slunce po obloze (přesněji po ekliptice) však není rovnoměrný – z Keplerových zákonů víme, že nejrychlejší je v době, kdy je Země Slunci nejblíž (tj. pro nás v zimním období), naopak nejpomalejší, když je Země od Slunce nejdále (pro nás v létě); proto je období od jarní do podzimní rovnodennosti delší než interval od podzimní rovnodennosti do jarní. Délka pravého slunečního dne se tak během roku mění. Čas na našich hodinkách odpovídá tzv. *střednímu slunečnímu času*, jež je dán pravidelným pohybem „průměrného“ myšleného Slunce. Odchylku mezi pravým a středním slunečním časem a tedy i mezi průchodem Slunce místním poledníkem a okamžikem místního poledne vyjadřuje *časová rovnice*, jíž (přibližně) odpovídá i náš graf. Další zdroj nepravidelností spočívá ve sklonu ekliptiky, po níž se po obloze Slunce pohybuje, vůči nebeskému rovníku, podél kterého měříme tzv. hodinový úhel určující kulminaci Slunce [3]. Z grafu vidíme, že pravé sluneční poledne se oproti střednímu nejvíce opožďuje v únoru a nejvíce předbíhá v listopadu. Subjektivně to pozorujeme na prodlužování či zkracování dne – na počátku roku se den viditelně více prodlužuje odpoledne než ráno, tj. od poledne do západu Slunce to trvá o chvilku déle než od východu do poledne, v listopadu se naopak den znatelněji zkracuje odpoledne.

Pro úplnost dodejme, že v dnešní době už není rotace Země dostatečně přesnou mírou času (ovlivňují ji velká zemětřesení, přesuny velkých hmotností vzduchu v atmosféře a další faktory) a *koordinovaný světový čas* (UTC) je určován atomovými hodinami. Nesoulad mezi UTC a středním slunečním časem pak občas – podle potřeby – napravujeme přestupnou sekundou. Soumrakem rozumíme přechodnou dobu mezi dnem, kdy je naše místo osvětleno slunečním zářením, a nocí, kdy je ve stínu Země. Jednotlivé stupně určuje hloubka ponoření (deprese) Slunce pod obzorem, jež díky rozptylu v atmosféře ovlivňuje její osvětlení.

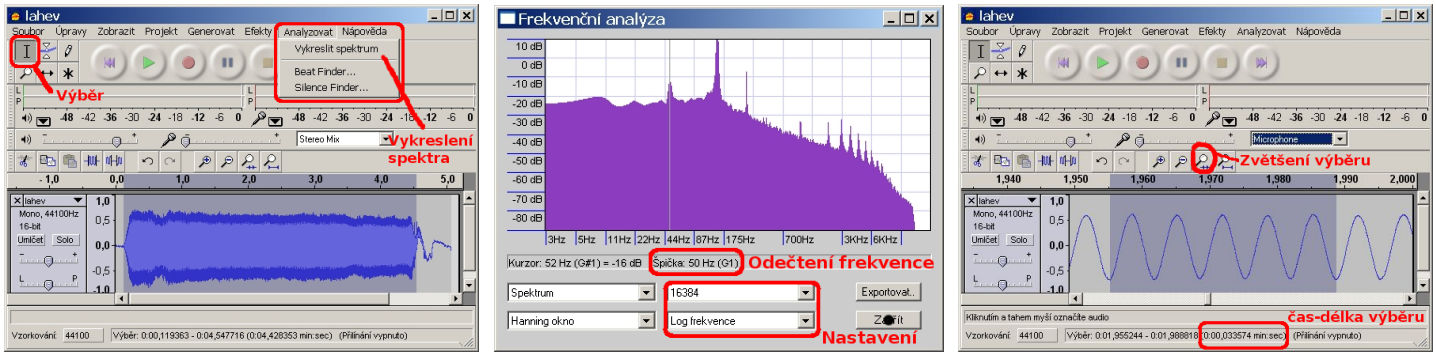
- Při *občanském soumraku* je Slunce 0°–6° pod obzorem a lze konat běžné denní činnosti.
- Při *nautickém soumraku* je Slunce 6°–12° pod obzorem a lze pozorovat nejjasnější hvězdy, jež zejména v dřívějších dobách byly důležité pro navigaci.
- Při *astronomickém soumraku* je Slunce 12°–18° pod obzorem a lze již konat noční astronomická pozorování.

Doba trvání soumraku závisí na zeměpisné šířce, přechod mezi dnem a nocí je nejrychlejší v rovníkových oblastech, nejpomalejší naopak v polárních oblastech – tato skutečnost i její příčiny jsou Vám jistě dobře známy. Definice i údaje citujeme podle [2].

Úloha 6 (experimentální) Po pravdě řečeno, jednoduchý experiment jsme tentokrát již provedli sami a na Vás necháváme jeho zpracování. Ze www-stránek L@byrintu si stáhněte zvukový záznam tónu získaného foukáním do prázdné lahve od sirupu; nabízíme buď formát mp3 (soubor `lahev.mp3`) nebo vorbis audio (soubor `lahev.ogg`). Příjemný akustický zážitek Vám při přehrání asi neposkytnou, ale pro účely našeho fyzikálního hraní postačí. Vaším úkolem je určit základní frekvenci vyluzovaného tónu pomocí počítače. Napovíme Vám, jak k tomu využít volně šiřitelný program pro úpravu zvukových záznamů Audacity (`http://audacity.sourceforge.net/`), instalaci pro Windows najdete také na stránce L@byrintu. K určení frekvence použijeme dva způsoby, jež program nabízí. Použít můžete samozřejmě i jiných prostředků a programů, vynalézavosti se meze nekladou!

a) Po načtení našich souborů do programu vybereme tažením myší část záznamu, kterou budeme chtít zkoumat; výběr se projeví tmavším šedým pozadím (obr. 5a) a musí být přitom zapnuté tlačítko výběru vlevo nahoře. Poté použijeme podle obrázku volbu *Analyzovat–Vykreslit spektrum* a získáme zastoupení jednotlivých frekvencí v našem tónu (obr. 5b). Pro lepší orientaci zapneme logaritmické měřítko osy a velikost změníme z hodnoty 512 na 16 384 (v místě naznačeném na obrázku). Při pohybu kurzorem můžeme pod grafem odečítat frekvenci vrcholů. Uvažte, který z nich odpovídá základnímu tónu vyluzovanému lahví a odečtěte jeho frekvenci. ☞ **4 body**

b) Jinou možností je vybrat velmi malý úsek záznamu a dostatečně si ho zvětšit (roztáhnout, třeba i opakovaně) podle obr. 5c). Vybereme-li pak vhodnou část a odečteme časovou délku výběru, snadno určíme frekvenci základního tónu. Výsledky získané oběma způsoby porovnejte. ☞ **3 body**



(a) (b) (c)

Obr. 5: K úloze 6

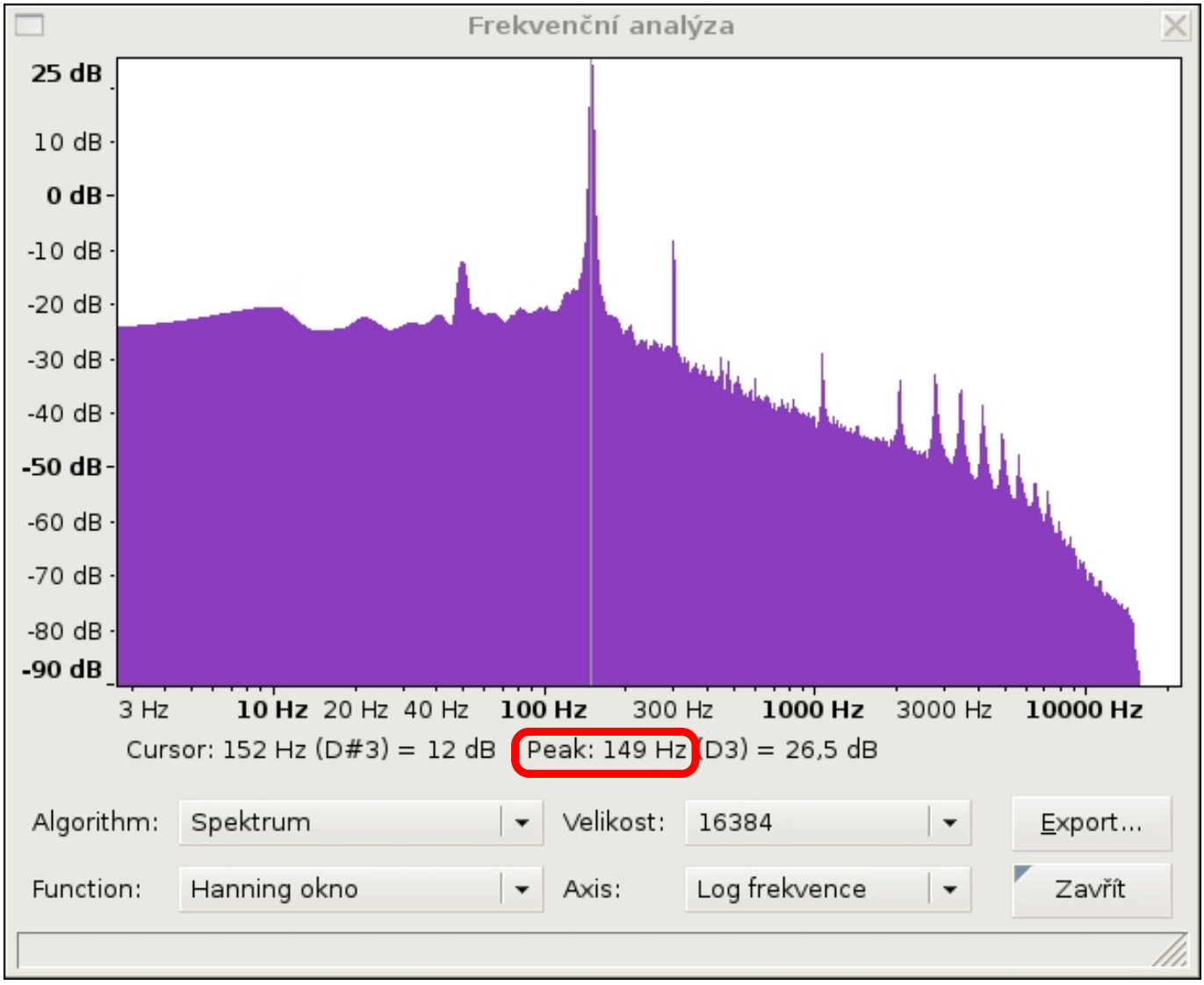
Řešení:

a) Oproti zadání bylo potřeba zjistit frekvenci nejhlasitějšího vrcholu („peaku“) s největším počtem decibelů. Podle obr. 6 zjistíme frekvenci $f = 149\,\mathrm{Hz}$.

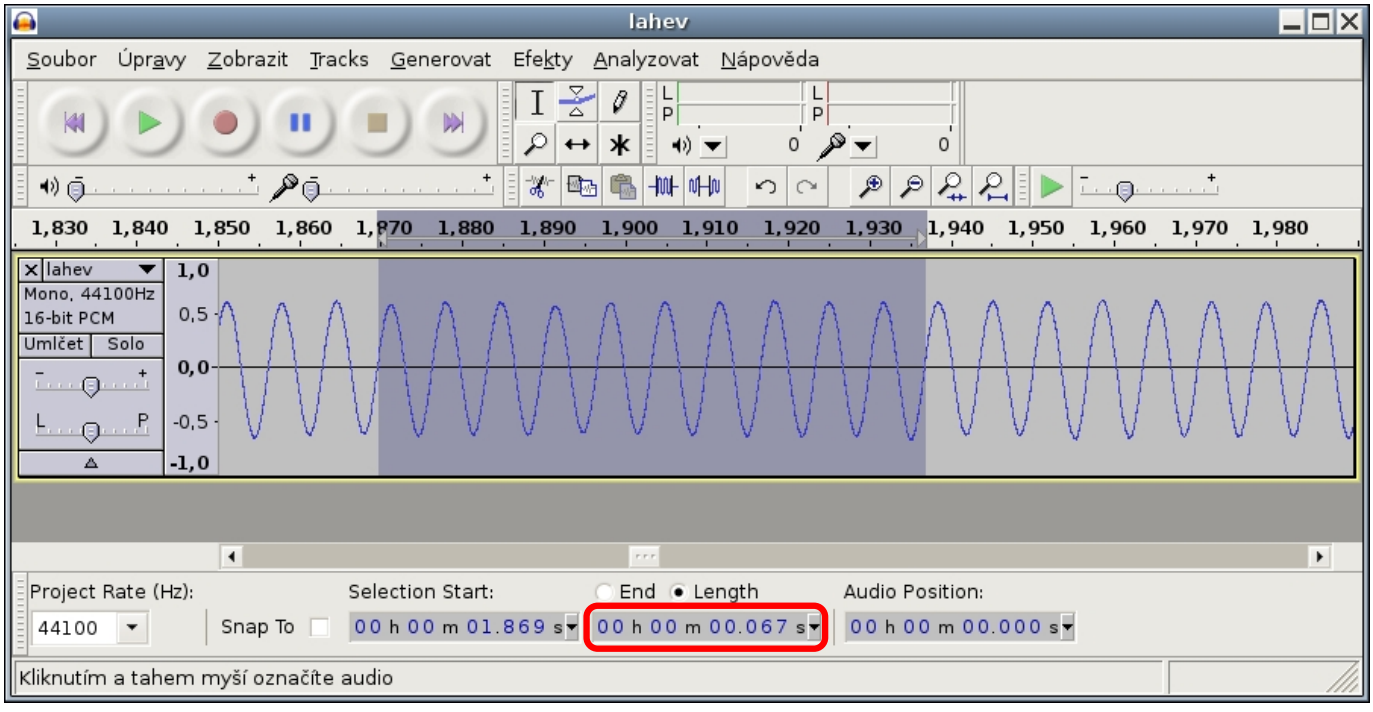
b) Z detailu deseti kmitů vybraných zhruba uprostřed nahrávky odečteme na obr. 7 jejich trvání $10T \approx 0{,}067\,\mathrm{s}$. Odtud již snadno dopočteme $T \approx 0{,}0067\,\mathrm{s}$ a $f = 1/T \approx 149{,}3\,\mathrm{Hz}$. Oba výsledky v rámci přesnosti našeho odhadu poměrně dobře souhlasí.

Literatura

[1] Bilimovič B.F.: *Fyzikální kvízy.* Mir, Moskva 1981.
[2] Kleczek J.: *Velká encyklopedie vesmíru.* Academia, Praha 2002.
[3] Marek J., Chytilová M., Kašpar E. a kol.: *Fyzika pro 1. ročník střední všeobecně vzdělávací školy.* SPN, Praha 1966.



Obr. 6: Frekvenční analýza



Obr. 7: Detail deseti kmitů