Matematický korespondenční seminář 1. (14.) ročník

1. série

Vážení přátelé, dostáváte do rukou první sérii prvního ročníku matematického korespondenčního semináře, který se bude snažit navázat na tradici korespondenčních seminářů pořádaných Přírodovědeckou fakultou Univerzity Palackého v Olomouci. Více informací o této soutěži získáte z úvodního dopisu.

Svá řešení odešlete do 10. listopadu 2006 buď poštou na adresu:

RNDr. Pavel Calábek, Ph.D
Katedra algebry a geometrie PřF UP
Tomkova 40
779 00 Olomouc

na obálku napište MKS, nebo e-mailem na adresu calabek@aix.upol.cz, do předmětu napište MKS 1. kolo. Po tomto datu najdete na adrese http://isouteze.upol.cz/mks zadání příkladů 2. kola, výsledky a vzorová řešení 1. kola najdete na této stránce také, nejpozději do data zveřejnění 3. kola.

Limit pro získání prémie je $3(r + 2)$.

Úloha 1.

Určete nejmenší přirozené číslo dělitelné jedenácti, jehož ciferný součet je 2005.

Úloha 2.

Na stole je položeno $2n$ (n je přirozené číslo) mincí lícem nahoru. Je dáno přirozené číslo $a < 2n$. Při každém tahu zvolíme a mincí, které obrátíme. Dokažte, že po konečném počtu tahů můžeme dosáhnout postavení, při kterém mají všechny mince nahoře rub.

Úloha 3.

Z 35 shodných kuliček je postavena pyramida tvaru pravidelného čtyřstěnu. Kolik zde existuje dvojic dotýkajících se kuliček?

Úloha 4.

V řadě je 9 dolíků. Kolika způsoby můžeme do těchto dolíků umístit 3 modré, 3 zelené a 3 červené kuličky tak, aby v každém dolíku byla právě jedna kulička a žádné dvě kuličky stejné barvy neležely vedle sebe.

Úloha 5.

Určete všechna přirozená čísla, která jsou rovna jedenactinásobku svého ciferného součtu.

Úloha 6.

Tabulka čokolády se skládá z 8×4 čtverečků. Kolikrát nejméně musíme čokoládu lámat, abychom ji rozlámali na jednotlivé čtverečky? (Je dovoleno lámat pouze po přímkách a vždy pouze jeden kus čokolády.)